Kertausta

KERTAUSTA JA HARJOITUSTEHTÄVIÄ

Muodolliset kielet

Muodollisia kieliä voidaan määritellä (mm.) käyttämällä jotakin seuraavista olioista.

1. säännöllisiä lausekkeita,
2. automaatteja,
3. muodollisia kielioppeja.

Säännölliset lausekkeet

Olkoon $\Sigma = \{0, 1\}$ aakkosto. Nyt 0, 1, $\emptyset$ sekä ε ovat säännöllisiä lausekkeita, jotka määrittelevät kielet $\{0\}$, $\{1\}$, $\emptyset$ ja $\{\varepsilon\}$.

Jos α ja β ovat säännöllisiä lausekkeita jotka määrittelevät kielet A ja B, niin s.l. $\alpha \cup \beta$ määrittelee kielen $A \cup B$ ja ja s.l. $\alpha \cdot \beta$ määrittelee kielen

$$\{ \ \gamma \cdot \delta \mid \gamma \in A \quad \textit{ja} \quad \delta \in B \ \}.$$

Säännölliset lausekkeet

Olkoon aakkostona $\{0, 1\}$. Olkoon $L \subseteq \Sigma^*$ kieli, johon kuuluvat täsmälleen ne sanat, jotka eivät ole pituudeltaan yhden symbolin pituisia. Määrittele L säännöllisellä lausekkeella.

Määritellään ensiksi kieli $M = \{00, 01, 10, 11\}$ käyttäen lauseketta $00 \cup 01 \cup 10 \cup 11$. Määritellään sitten kieli $N = \{0, 1\}^*$ käyttäen lauseketta $(0 \cup 1)^*$. Saamme kielen $K = M \cdot N$ lauseketta $(00 \cup 01 \cup 10 \cup 11) \cdot (0 \cup 1)^*$ käyttäen. Kieli K sisältää kaikki vähintään pituutta 2 olevat sanat. Täten kieli L on määriteltävissä lausekkeella

$$\varepsilon \ \cup \ \Big((00 \cup 01 \cup 10 \cup 11) \cdot (0 \cup 1)^*\Big).$$

Automaatit

Piirrä sellaisen deterministisen automaatin tiladiagrammi, joka hyväksyy kielen $0^* \cdot 1$.

Muodolliset kieliopit

Tällä kurssilla olemme käsitelleet muodollisia kielioppeja, joita käytettäessä yksi johtamisaskel koostuu siitä, että yksittäinen nonterminaalisymboli korvataan symbolijonolla. On kuitenkin olemassa monimutkaisempiakin kielioppeja, joissa kokonaisia symbolijonoja voidaan korvata symbolijonoilla. (Tyypin 0 kieliopit) Määritellään tällainen kielioppi G.

jatkuu...

Muodolliset kieliopit

Olkoon $G = (\Sigma, V, R, S)$, missä $\Sigma = \{a, b\}$ ja R on

1. $S \rightarrow aSa$,
2. $Saa \rightarrow bb$.

Johda tätä kielioppia käyttäen sana *aabb*.

1. S (aloitussymboli)
2. aSa (sääntö 1)
3. aaSaa (sääntö 1)
4. aabb (sääntö 2)

Viimeisessä askeleessa siis korvasimme *jonon Saa* jonolla *bb*.

Muodolliset kieliopit

Olkoon $G = (\Sigma, V, R, S)$, missä $\Sigma = \{a, b\}$ ja R on

1. $S \rightarrow Ta$,
2. $S \rightarrow TSb$.
3. $T \rightarrow \varepsilon$.

Johda tätä kielioppia käyttäen sana ab.

1. S (aloitussymboli)
2. TSb (sääntö 2)
3. TTab (sääntö 1)
4. Tεab (sääntö 3)
5. $\varepsilon\varepsilon$ab (sääntö 3)

$\varepsilon\varepsilon ab = \varepsilon \cdot \varepsilon \cdot a \cdot b = ab.$

ALLA MALLIVASTAUKSIA HARJOITUSTENTTIIN
(ei piirtotehtäviin)

Harjoitustehtävä Olkoon aakkostona $\{a, b\}$. Kirjoita säännöllinen lauseke, joka määrittelee kielen

$$\{b, ab, aab, aaab, aaaab, aaaaab, \ldots\}.$$

Vastaus. $(a^* \cdot b)$.

Harjoitustehtävä. Kirjoita säännöllinen lauseke, joka määrittelee kielen $\{\ ab, abab, ababab, abababab, \ldots\}$.

Vastaus. $(a \cdot b) \cdot (a \cdot b)^*$. Huomaa, että vastaus $(a \cdot b)^*$ on virheellinen.

Harjoitustehtävä. Olkoon $G = (\Sigma, V, R, S)$ kielioppi, missä $\Sigma = \{a, b\}$ ja sääntöjoukko R on

1. $S \rightarrow Tb.$
2. $S \rightarrow aSa.$
3. $T \rightarrow b.$
4. $T \rightarrow a$

Johda tätä kielioppia käyttäen sana *aabbaa*.

Vastaus.

1. S (Aloitussymboli)
2. aSa (Sääntö 2)
3. $aaSaa$ (Sääntö 2)
4. $aaTbaa$ (Sääntö 1)
5. $aabbaa$ (Sääntö 3)

Harjoitustehtävä. Onko olemassa muodollista kieltä, jota ei voida tunnistaa millään äärellisellä deterministisellä automaatilla? Vastausta ei tarvitse perustella.

Vastaus. On.

Harjoitustehtävä. Onko säännöllisille lausekkeille yleisesti voimassa $(\alpha \cup \beta)^* \equiv (\alpha^* \cdot \beta^*)$? Tässä symboli $\equiv$ tarkoittaa, että lausekkeet määrittelevät täsmälleen saman kielen. Perustele vastauksesi.

Vastaus. Ehto ei ole voimassa, sillä $(0 \cup 1)^* \not\equiv (0^* \cdot 1^*)$. Esimerkiksi 10 kuuluu ilmauksen $(0 \cup 1)^*$ määrittelemään kieleen, mutta 10 ei kuulu ilmauksen $0^* \cdot 1^*$ määrittelemään kieleen. Lausekkeen $(0 \cup 1)^*$ määrittelemässä kielessä on *kaikki* äärelliset nollista ja ykkösistä koostuvat jonot. Lausekkeen $0^* \cdot 1^*$ määrittelemässä kielessä ei ole sanoja, joissa symboli 1 esiintyy symbolin 0 vasemmalla puolella.